

## مفهوم ایستایی و بررسی ایستایی میانگین سری زمانی در مینی تب

### مقدمه

ایستایی مبحث بسیار مهمی در مدل سازی سری های زمانی می باشد. زیرا بسیاری از مدل های احتمال سری های زمانی بر مبنای ایستایی سری استوار می باشند. اگر یک سری زمانی ایستا باشد، منظور این است که این سری زمانی بطور تصادفی حول یک میانگین ثابت نوسان می کند و اگر سری نایستا باشد بدین معنی است که این سری هیچ میانگین ثابتی ندارد. یک سری دارای روند، یک سری نایستا است. به این دلیل که میانگینش ثابت نیست و همراه با زمان در حال افزایش یا کاهش می باشد. به عبارت ساده تر می توان گفت: یک سری زمانی را ایستا یا مانا می نامیم هرگاه مشخصه های آماری آن مانند میانگین و واریانسش در طول زمان ثابت بماند. مفهوم اساسی ایستایی این است که قوانین احتمالی حاکم بر فرآیند با زمان تغییر نمی کند یعنی فرآیند در تعادل آماری باقی می ماند.

تعریف دقیقتر مفهوم ایستایی به شرح ذیل می باشد:

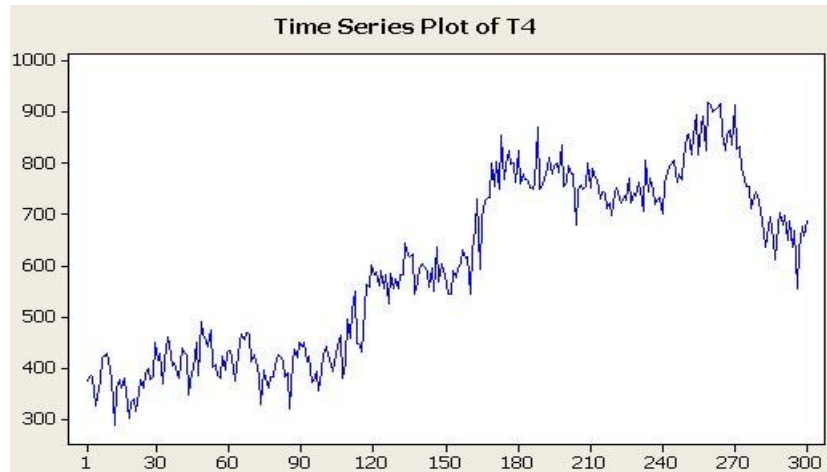
### ۱- تعریف ایستایی

**ایستایی اکید:** یک سری زمانی را اکیدا ایستا گوئیم هرگاه به ازای همه مقادیر  $t_1, t_2, \dots, t_n$  و  $\tau$  توزیع توأم  $x(t_1), \dots, x(t_n)$  مانند توزیع توأم  $x(t_1 + \tau), \dots, x(t_n + \tau)$  باشد.

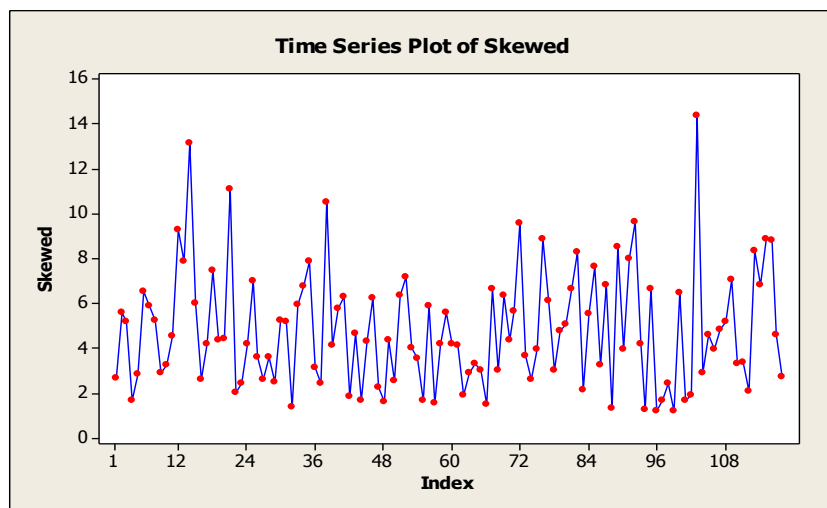
**ایستایی ضعیف:** یک سری زمانی را ایستای ضعیف یا ایستای مرتبه دوم می نامند هرگاه میانگینش ثابت باشد و تابع اتوکوواریانس آن فقط به تأخیر  $k$  بستگی داشته باشد. به عبارت دیگر میانگین و تابع اتوکوواریانس آن به زمان بستگی نداشته باشد.

**تابع اتوکوواریانس در تأخیر  $k$ :** این تابع، همبستگی بین مشاهداتی را که  $k$  واحد زمانی با یکدیگر اختلاف دارند اندازه می گیرد و بصورت زیر تعریف می شود:  $\gamma_k = \text{COV}(x_t, x_{t+k}) = E(x_t - \mu)(x_{t+k} - \mu)$

از این پس منظور ما از ایستایی همان ایستایی مرتبه دوم می باشد که در عمل نیز بررسی تحقق آن ساده تر است.



نمودار یک سری زمانی نایستا



نمودار یک سری زمانی ایستا

برای بررسی ایستایی یک سری زمانی علاوه بر نمودار آن می توان از همبستگی نگاران نیز استفاده کرد. چنانچه یک سری زمانی ایستا باشد همبستگی نگار آن به سرعت به سمت صفر میل می کند. در مورد سریهای نایستا نیز همبستگی نگار به کندی به سمت صفر میل می کند.

همانطور که گفتیم ایستایی مبحث مهمی است. زیرا نظریه احتمال سری های زمانی بیشتر با سری های زمانی ایستا سروکار دارد، بنابراین لازم است که در صورت نایستا بودن سری ابتدا آن را به یک سری ایستا تبدیل کنیم. برای مثال می توانیم روند و تغییرات فصلی را از مجموعه داده ها حذف کرده و سپس سعی کنیم بوسیله یک فرآیند تصادفی ایستا، تغییر در باقیمانده ها را الگو سازی نماییم.

البته گاهی ممکن است بخواهیم یک سری نایستا را به همان صورتی که هست بررسی کنیم. مثلاً در یک سری دارای روند، می توان جهت پیش بینی های بلند مدت یک منحنی روند را به داده ها برازش داد، اما جهت پیش بینی های کوتاه مدت و دقیقتر ممکن است بخواهیم روند را از داده ها حذف کنیم تا به یک سری ایستا برسیم و آنگاه از یکی از الگوهای احتمال جهت پیش بینی استفاده کنیم.

یک سری زمانی ممکن است در میانگین یا در واریانس یا در هر دو مورد نایستا باشد. راه حل مناسب برای ایستا سازی یک سری زمانی که در میانگین نایستا است، تفاضلی کردن آن سری می باشد. در مورد سری زمانی که در واریانس نایستا است، یعنی واریانس آن ثابت نیست و همراه با زمان تغییر می کند، راه حل مناسب استفاده از تبدیلات باکس-کاکس می باشد. اینک ایستاسازی یک سری زمانی را در هر یک از دو حالت شرح می دهیم.

## ۲- نایستایی در میانگین

چنانچه یک سری زمانی در میانگین نایستا باشد، مهمترین ابزار تبدیل این سری به یک سری ایستا تفاضلی کردن می باشد که در این بخش به معرفی آن می پردازیم. اما ابتدا عملگر پسرور را معرفی می کنیم که در مبحث سری زمانی از آن زیاد استفاده می شود.

### ۱-۱ عملگر پسرور

عملگر پسرور که با  $B$  نشان داده می شود، روی شاخص زمانی عمل کرده و آنرا به اندازه یک واحد زمانی به عقب می برد. این عملگر به صورت زیر تعریف می شود:

$$Bx_t = x_{t-1}$$

بطور کلی برای هر عدد صحیح  $m$  داریم

$$B^m(x_t) = x_{t-m}$$

### ۲-۱ تفاضلی کردن

تفاضلی کردن مرتبه اول و دوم یک سری زمانی را بصورت زیر تعریف می کنیم :

$$\nabla x_t = x_t - x_{t-1}$$

$$\nabla^2 x_t = \nabla x_t - \nabla x_{t-1} = x_t - x_{t-1} - (x_{t-1} - x_{t-2}) = x_t - 2x_{t-1} + x_{t-2}$$

$\nabla$  را عملگر تفاضلی می نامند. تفاضلی کردن مرتبه  $d$  را با  $\nabla^d x_t$  نشان می دهیم.

در عمل با یک یا دو بار تفاضلی کردن می توان یک سری ناپایستای غیرفصلی را به یک سری ایستا تبدیل کرد. در صورت وجود عامل فصلی در سری ناپایستا، تبدیلات پیچیده تری لازم است. به سهولت می توان تفاضلی کردن را بر حسب عملگر پسر و به صورت زیر نوشت:

$$\nabla x_t = x_t - x_{t-1} = x_t - B(x_t) = (1-B)x_t$$

بنابراین می توان عملگر تفاضلی  $\nabla$  را بصورت زیر نوشت :

$$\nabla = 1 - B$$

$$\nabla^d = (1 - B)^d$$

### ۳-۱ تفاضلی کردن فصلی

یک وسیله مهم در مدل سازی فرآیندهای فصلی ناپایستا، تفاضلی کردن فصلی یا دیفرانس گیری فصلی است. اپراتور دیفرانس فصلی را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$\nabla_s = 1 - B^s$$

در نتیجه خواهیم داشت :

$$\nabla_s x_t = (1 - B^s)x_t = x_t - x_{t-s}$$

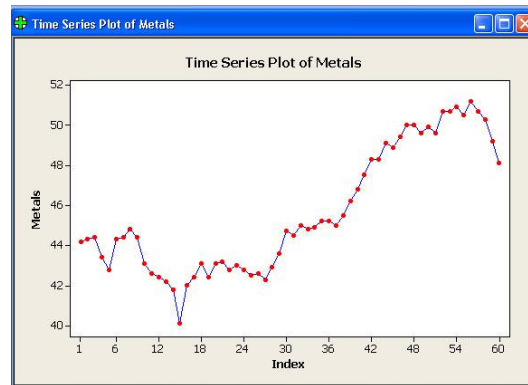
مثلا برای یک سری ماهانه، تغییرات از فروردین تا فروردین، اردیبهشت تا اردیبهشت و غیره را برای سالهای متوالی در نظر می گیریم. برای یک سری بطول  $n$  سری تفاضلی شده بطول  $n-s$  می باشد، یعنی بواسطه تفاضلی کردن فصلی  $s$  داده از دست می رود.

ممکن است  $D$  دیفرانس فصلی مورد نیاز باشد تا یک سری ایستا تولید شود. لذا اپراتور دیفرانس فصلی از درجه  $D$  بصورت زیر تعریف می شود:

$$\nabla_s^D = (1 - B^s)^D$$

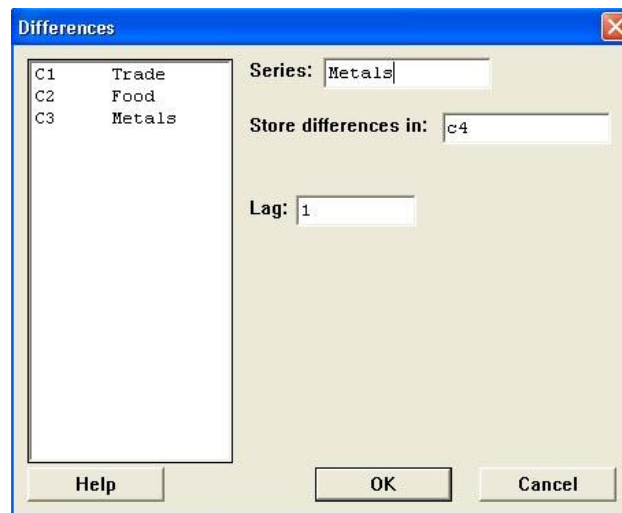
### مثال

سری ناپایستای Metals از فایل Employ را در نظر میگیریم. نمودار این سری بصورت زیر می باشد.



نمودار سری نایستای Metals

همانطور که ملاحظه می شود این سری در میانگین نایستا است. اکنون می خواهیم با استفاده از نرم افزار این سری را به یک سری ایستا تبدیل کنیم. همانطور که قبلا نیز گفته شد مهمترین ابزار تبدیل یک سری نایستا به یک سری ایستا، تفاضلی کردن آن سری می باشد. در Minitab برای ایستاسازی یک سری زمانی با استفاده از تفاضلی کردن، ابتدا از منوی Stat گزینه time series و سپس گزینه Differences را انتخاب می کنیم تا پنجره زیر باز شود.

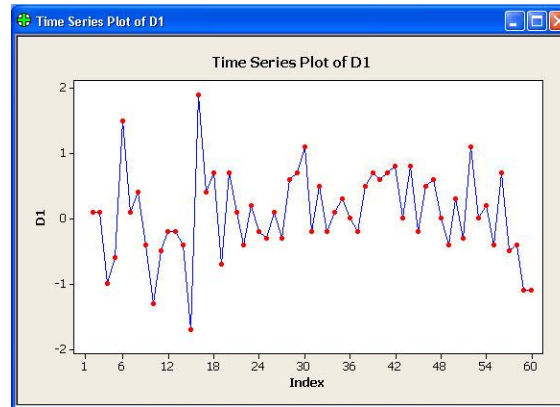


پنجره Differences برای تفاضلی کردن سری زمانی

در پنجره ظاهر شده، در قسمت Lag مرتبه تفاضلی کردن را تعیین می کنیم. در اینجا برای تفاضلی کردن مرتبه اول در کادر مقابل Lag عدد ۱ را وارد می کنیم.

برای ذخیره کردن مقادیر تفاضلی شده نیز نام یکی از ستونهای مینی تب را در قسمت مربوطه وارد می کنیم. با ذخیره کردن این مقادیر، می توان ایستایی سری تفاضلی شده را بررسی کرد. ما در اینجا سری نایستای Metals را یک بار تفاضلی کرده و مقادیر سری تفاضلی شده را در ستون C4 ذخیره می کنیم.

برای آنکه ببینیم آیا با یک بار تفاضلی کردن به یک سری ایستا رسیده ایم یا نه می توانیم نمودار سری زمانی را برای سری تفاضلی شده که در اینجا ما آن را  $C4$  نامیده ایم، رسم کنیم. چنانچه این نمودار هنوز هم نایستایی در میانگین را نشان دهد، باید تفاضلی کردن مراتب بالاتر را امتحان کرد.



نمودار سری تفاضلی شده Metals

می توان گفت سری فوق یک سری ایستا است. زیرا بیشتر مقادیر حول یک میانگین ثابت متمرکز شده اند. بنابراین تفاضلی کردن مرتبه اول مؤثر واقع شده است و نیازی به تفاضلی کردن بیشتر نمی باشد.

## ۲-۴ تفاضلی کردن زیاد

تفاضلی کردن یک فرآیند ایستا نیز یک فرآیند ایستا را نتیجه می دهد. با این وجود تفاضلی کردن زیاد ممکن است همبستگی غیر لازمی را در الگو ایجاد کند و الگوی نسبتاً ساده ای را پیچیده نماید. بنابراین باید از تفاضلی کردن بیش از حد سری اجتناب کرد.

پایان.

توضیحات:

مطالب فوق بخشی از کتاب " تجزیه و تحلیل سریهای زمانی با نرم افزار مینی تب " اثر مصطفی خرمی و دکتر ابوالقاسم بزرگنیا می باشد. علاقه مندان به یادگیری تکنیکها و روشهای تحلیلی و پیش بینی سریهای زمانی و آموزش عملی با نرم افزار مینی تب می توانند نسخه الکترونیک این کتاب را به راحتی از فروشگاه اینترنتی شرکت داده پردازی آماری اطمینان شرق به نشانی:

دریافت نمایند. <http://spss-iran.ir/eshop.php>

این کتاب دارای ۳۵۰ صفحه می باشد و مبحث سریهای زمانی را با جزئیات کامل در قالب حل مثالهای واقعی و متنوع در نرم افزار مینی تب توضیح می دهد. برای آشنایی بیشتر با این کتاب، فصول و فهرست مطالب و صفحات اول آنرا می توانید بصورت رایگان از لینک زیر دانلود نمایید. (کافیست در کیبرد سیستم خود کلید **ctrl** را فشار داده و روی لینک زیر کلیک نمایید و پیغام نمایش داده شده را تأیید کنید).

### [دانلود فهرست مطالب و نام فصول کتاب : تجزیه و تحلیل سریهای زمانی با نرم افزار مینی تب](#)

این مقاله از وب سایت تخصصی شرکت داده پردازی آماری اطمینان شرق دانلود شده است. برای هر گونه اعلام نظر در خصوص مقاله به ما ایمیل بزنید.

برای سفارش هر گونه خدمات تخصصی آماری با ما تماس بگیرید:

[www.spss-iran.ir](http://www.spss-iran.ir) - ۰۹۱۹۸۱۸۰۹۹۱ - [mojtaba.farshchi@gmail.com](mailto:mojtaba.farshchi@gmail.com)